

Динаміка. Закони динаміки. Основне рівняння динаміки.

Інформація

Динаміка – це розділ теоретичної механіки, який вивчає залежність між механічним рухом тіл і діючими на них силами. Основний закон динаміки $\vec{F} = m\vec{a}$ стверджує, що, по-перше, причиною прискорення є сила, по-друге, чисельне значення набутого прискорення пропорційне чисельному значенню сили і, по-третє, напрям вектора прискорення завжди співпадає з напрямом вектора сили. Згідно з законом незалежності дії сил прискорення, яке отримує матеріальна точка при одночасній дії на неї кількох сил, дорівнює геометричній сумі тих прискорень, які отримала б ця точка під дією кожної сили окремо.

◆ Питання для самоконтролю

1. Сформулюйте дві основні задачі динаміки.
2. Сформулюйте основний закон динаміки точки.
3. Вільна матеріальна точка масою 5 кг рухається прямолінійно з прискоренням 50 см/с^2 . Визначити силу прикладену до точки.
4. До двох матеріальних точок масою 5 та 15 кілограмів прикладено однакові сили. Порівняйте величини прискорень цих точок.
5. В якому стані знаходиться матеріальна точка, якщо на неї діє зрівноважена система сил ?
6. Сформулюйте закон незалежності дії сил.

1.10. Метод кінетостатики

Поняття про вільну і невільну матеріальну точки. Поняття про силу інерції. Сили інерції при прямолінійному та криволінійному рухах матеріальної точки. Принцип Даламбера, метод кінетостатики.

Зверніть увагу

Збереження матеріальною точкою незмінної швидкості при відсутності дії на неї з боку інших тіл чи при їх рівновазі називається інерцією точки. Властивість інерції матеріальна точка має завжди, сила ж інерції виникає тільки тоді, коли на неї діють інші тіла, які змушують точку змінити свій рух по інерції. Якщо в кожен момент часу до діючих на точку активних сил і реакцій зв'язків додати силу інерції, то отримана система сил буде знаходитися в рівновазі і по відношенню до неї будуть дійсними всі рівняння статyki:

$$\vec{F} + \vec{R} + \vec{F}^{in} = 0,$$

де $\vec{F}$ – рівнодійна активних сил,

$\vec{R}$ – рівнодійна реактивних сил,

$\vec{F}^{in}$ – сила інерції.

Сила інерції матеріальної точки дорівнює по модулю добутку маси точки на її прискорення, напрямлена в бік, протилежний прискоренню, і прикладена до тіл, які викликали це прискорення:

$$\vec{F}^{in} = -m\vec{a}.$$

При криволінійному русі точки силу інерції можна розкласти на дві складові: дотичну силу інерції $\vec{F}_t^{in} = -m\vec{a}_t$, напрямлену протилежно дотичному прискоренню, і нормальну (відцентрову) силу інерції $\vec{F}_n^{in} = -m\vec{a}_n$, напрямлену протилежно нормальному прискоренню точки (рис. 30).

Інформація

Дія багатьох машин і механізмів базується на використанні відцентрових сил, наприклад, сепаратори, відцентрові регулятори, насоси. Відцентрова сила, яка виникає при обертанні незрівноважених роторів турбін, колінчастих валів поршневих машин, маховиків, може створювати дуже великі додаткові навантаження на вали та їх опори, викликати шкідливі вібрації машин. У таких випадках відцентрові сили зрівноважують, наприклад, за допомогою противаг (рис. 31).

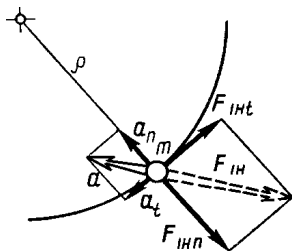


Рис. 30

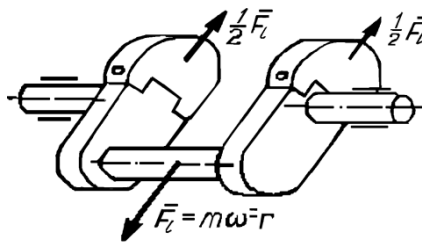


Рис. 31

Питання для самоконтролю

1. При якому русі матеріальної точки виникає сила інерції?
2. Як визначити модуль і напрям сили інерції?
3. Чи існує сила інерції при русі матеріальної точки по криволінійній траєкторії з постійною швидкістю?
4. Згідно з принципом Даламбера при русі матеріальної точки сила інерції разом з активними силами і реакціями в'язей утворює зрівноважену систему сил. За рахунок яких же сил точка отримує прискорення?
5. Хлопчик обертає на нитці кульку. Коли небезпека розриву нитки буде більшою: при збільшенні вдвоє швидкості обертання і тій же довжині нитки; при збільшенні втриє довжини нитки і тій же швидкості обертання?

1.11. Робота і потужність

Робота сталої сили при прямолінійному русі. Одиниці роботи. Робота рівнодійної, робота сили тяжіння, робота сил пружності. Робота сталої сили, прикладеної до обертового тіла. Потужність, одиниці потужності. Потужність при обертальному русі тіла. Поняття про механічний коефіцієнт корисної дії.

Інформація

Робота сталої сили при прямолінійному переміщенні точки її прикладення дорівнює добутку модуля сили на довжину шляху і на косинус кута між напрямом сили і переміщення:

$$W = F s \cos \alpha \text{ (Дж)},$$

де α – кут між напрямом дії сили і напрямом переміщення.

Робота сили тяжіння:

$$W = \pm Gh,$$

де h – різниця висот точок прикладання сили тяжіння в початковому і в кінцевому положеннях. Робота сталої сили, прикладеної до обертового тіла, дорівнює добутку обертаючого моменту на кутове переміщення тіла:

$$W = M \varphi.$$

Потужність – це величина, яка характеризує зміну роботи за одиницю часу:

$$P = \frac{W}{t}, \text{ Вт.}$$

↪ Запам'ятайте

Потужність сили в даний момент дорівнює добутку відповідних цьому моменту часу модуля сили, модуля швидкості точки її прикладання і косинуса кута між напрямом сили і швидкості: $P = Fv \cos \alpha$. Потужність сили, прикладеної до обертового тіла, дорівнює добутку обертового моменту цієї сили на кутову швидкість тіла: $P = M_{\text{об}} \omega$. Коефіцієнт корисної дії дорівнює відношенню корисної роботи (потужності) до затраченої: $\eta = \frac{W_{\text{к}}}{W_{\text{з}}} = \frac{P_{\text{к}}}{P_{\text{з}}}$. Якщо ряд механізмів з'єднано послідовно, то загальний коефіцієнт корисної дії η дорівнюватиме добутку коефіцієнтів корисної дії всіх механізмів: $\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_n$.

◆ Питання для самоконтролю

1. При якому напрямі переміщення вантажу (вверх чи донизу) робота його сили тяжіння буде від'ємною?
2. Сформулюйте теорему про роботу рівнодійної сили.
3. Чому дорівнює робота зрівноваженої системи сил?
4. Як зміниться сила, якщо при незмінній потужності збільшити швидкість у два рази?
5. Як визначається робота і потужність при обертовому русі?
6. Як зміниться обертовий момент, якщо при незмінній потужності зменшити кутову швидкість обертання вала втричі? Збільшити кутову швидкість вдвічі?
7. Що називається механічним коефіцієнтом корисної дії і як він визначається?

1.12. Загальні теореми динаміки

Поняття про імпульс сили, кількість руху і кінетичну енергію матеріальної точки, одиниці вимірювання. Теорема про зміну кількості руху матеріальної точки. Теорема про зміну кінетичної енергії матеріальної точки.

Інформація

Добуток маси матеріальної точки на вектор її швидкості ($m\vec{v}$) називається **кількістю руху**. Добуток вектора сили на час її дії ($\vec{F}t$) називається **імпульсом сили**. Зміна кількості руху матеріальної точки за деякий проміжок часу дорівнює імпульсу прикладеної до неї сили за той же проміжок часу:

$$m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \int_0^t \vec{F} dt.$$

Зміна кінетичної енергії матеріальної точки на деякому відрізку шляху дорівнює роботі сили, прикладеної до точки, на тому ж відрізку шляху:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = W.$$

Кінетична енергія $\frac{mv^2}{2}$ і кількість руху $m\vec{v}$ є механічними мірами руху.

Питання для самоконтролю

1. Дайте визначення імпульсу сили, кількості руху.
2. Сформулюйте теорему про зміну кінетичної енергії матеріальної точки.
3. Сформулюйте теорему про зміну кількості руху матеріальної точки.
4. На вертикальних шнурах, торкаючись одна одної, висять сталеві кульки. Одну кульку відводять у бік і відпускають. Після удару почнуть рухатися всі кульки чи тільки частина кульок? Що відбуватиметься, якщо відвести вбік і відпустити одночасно три кульки?

1.13. Елементи динаміки системи

Система матеріальних точок. Внутрішні і зовнішні сили. Осьовий момент інерції твердого тіла. Основне рівняння динаміки для обертального руху твердого тіла. Момент інерції твердого тіла. Кінетична енергія твердого тіла при поступальному, обертальному та плоскопаралельному рухах.

Інформація

Сукупність матеріальних точок, які взаємодіють між собою, називається механічною *системою матеріальних точок*. Абсолютно тверде тіло можна також розглядати як систему матеріальних точок, відстані між якими не змінюються ні за яких умов, тобто як незмінну систему. Усі сили, що діють на точки даної системи, можна поділити на два види: внутрішні і зовнішні сили. **Внутрішніми силами** називаються сили, з якими точки чи тіла даної системи діють одне на одне. **Зовнішні сили** – це сили, з якими на точки даної системи діють точки чи тіла, що не входять до складу даної системи.

Зверніть увагу

Всі формули динаміки точки застосовні до тіла, яке рухається поступально. Рівняння поступального руху твердого тіла нічим не відрізняється від основного рівняння динаміки точки:

$$\vec{F} = m\vec{a},$$

де m – маса тіла, яка є мірою інертності тіла при поступальному русі.

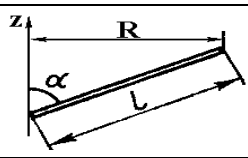
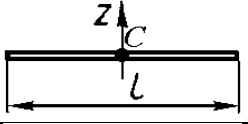
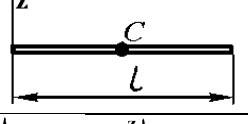
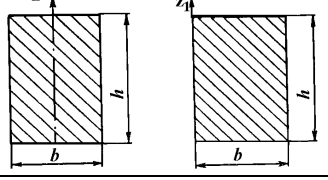
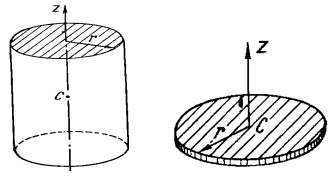
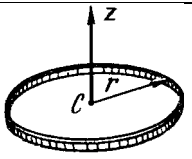
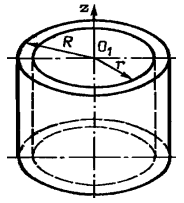
При обертальному русі твердого тіла мірою його інертності є момент інерції тіла відносно осі обертання. *Момент інерції* твердого тіла відносно осі обертання дорівнює сумі добутків мас матеріальних точок, які утворюють тіло, на квадрат їх відстаней до цієї осі:

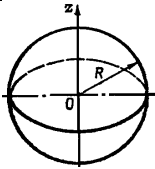
$$J = \sum_{i=1}^n (m_i r_i^2) \cdot$$

Суттєва відмінність осьового моменту інерції тіла від його маси полягає в тому, що маса тіла є для нього величиною постійною, тоді як момент інерції тіла залежить не тільки від самої оберткової маси, але й від розподілу цієї маси відносно осі обертання. Осьові моменти інерції маси однорідних тіл наведено в табл. 4.

Таблиця 4

Осьові моменти інерції однорідних тіл

Тіло	Рисунок	Момент інерції, кг·м ²
Стержень		$J_z = \frac{mR^2}{3} = \frac{1}{3}ml^2 \sin^2 \alpha$
Стержень		$J_z = \frac{ml^2}{12}$
Стержень		$J_z = \frac{ml^2}{3}$
Пластина		$J_z = \frac{mb^2}{12}$ $J_{z_1} = \frac{mb^2}{3}$
Прямий круглий циліндр Круглий тонкий диск		$J_z = \frac{mr^2}{2}$
Тонке кругле кільце		$J_z = mr^2$
Пустотілий циліндр		$J_z = \frac{m}{2}(R^2 + r^2)$

Куля		$J_z = \frac{2}{5} mR^2$
------	---	--------------------------

↪ Запам'ятайте

Обертальний момент $M_{об}$, прикладений до тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, дорівнює моменту інерції тіла J відносно цієї осі, помноженому на кутове прискорення тіла: $M_{об} = J\varepsilon$. Це рівняння називається основним рівнянням динаміки для обертального руху твердого тіла відносно нерухомої осі. Воно дає можливість знайти залежність між обертальним моментом і законом обертання тіла, що важливо при розв'язанні багатьох інженерних задач. Кінетична енергія твердого тіла дорівнює сумі кінетичних енергій матеріальних точок, які утворюють це тіло. Структури формул динаміки поступального й обертального рухів аналогічні (табл. 5).

Таблиця 5

Формули динаміки поступального і обертального рухів

	Вид руху	
	поступальний	обертальний
Основне рівняння руху	$F = ma$	$M_{об} = J\varepsilon$
Робота	$W = Fs \cos \alpha$	$W = M_{об} \varphi$
Потужність	$P = Fv \cos \alpha$	$P = M_{об} \omega$
Кінетична енергія	$\frac{mv^2}{2}$	$\frac{J\omega^2}{2}$
Теорема про зміну кінетичної енергії	$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$	$\frac{J\omega^2}{2} - \frac{J\omega_0^2}{2}$

◆ Питання для самоконтролю

1. Сформулюйте основний закон динаміки обертального руху твердого тіла.
2. Що таке момент інерції твердого тіла і від чого залежить його величина?
3. Момент інерції якого тіла більший: тонкого однорідного стержня вагою G відносно перпендикулярної до нього осі, яка проходить через його кінець, чи тонкого однорідного стержня вагою $2G$ відносно осі, яка проходить через його середину?

4.3 однакової висоти по похилій площині без проковзування одночасно почали котитись без початкової швидкості суцільний круглий диск і тонке кільце. Яке тіло скотиться швидше?

5. Як зміниться кінетична енергія автомобіля, який рухається прямолінійно, якщо його швидкість зросте вдвічі?

6. При переміщенні бруска на котках без проковзування його кінетична енергія зросла в чотири рази. У скільки разів збільшилась швидкість бруска?